

Теоретический материал к лабораторной работе №2

КЛАССИФИКАЦИЯ ЧИСЕЛ

Как мы уже знаем из пройденного материала, американские ученые У.Мак-Каллок и В.Питтс предложили математическую модель нейрона мозга человека, назвав ее математическим нейроном. Так же как и биологический нейрон мозга, математический нейрон имеет несколько входов и один выход. Кроме того, он может существовать в возбужденном и невозбужденном состояниях, причем переход в возбужденное состояние зависит от величины поступающих к нему сигналов и сил синаптических связей. Таким образом, математический нейрон весьма правдоподобно имитирует структуру и свойства своего прототипа – биологического нейрона мозга. На этом основании У.Мак-Каллок и В.Питтс высказали весьма смелое предположение, которое впоследствии легло в основу современной нейроинформатики. Они предположили, что если математические нейроны связать между собой проводниками электрического тока, имитирующими нервные волокна, то такой искусственный мозг будет способен решать интеллектуальные задачи, подобно тому, как это делает естественный человеческий мозг.

Идея Мак-Каллока – Питтса была воплощена в жизнь в 1958 г. американским ученым *Фрэнком Розенблаттом*, также считающимся основателем нейроинформатики. Сначала он создал компьютерную программу для IBM-794, эмулирующую деятельность математических нейронов. Это была первая *нейронная сеть* или сокращенно – *нейросеть*. Она была названа *персептроном* от английского слова *perception* – осознание.

Затем, спустя два года, Ф.Розенблатт смонтировал электронное устройство, в котором функции математических нейронов выполняли отдельные электросхемы, работающие на электронных лампах. Это был первый *нейрокомпьютер*, который успешно решал сложнейшую интеллектуальную задачу – распознавал буквы латинского алфавита, изображенные на карточках, подносимых к его считывающему устройству – *электронному глазу*.

Разберем принцип действия персептрона на примере несколько более простой задачи, чем задача распознавания букв. На рисунке приведен один из простейших вариантов исполнения персептрона, предназначенного для классификации чисел на четные и нечетные. Представим себе матрицу из 12 фотоэлементов, расположенных в виде четырех горизонтальных рядов по три фотоэлемента в каждом ряду. На матрицу фотоэлементов накладывается карточка с изображением цифры, например «4», как изображено на рисунке. Если на какой-либо фотоэлемент попадает фрагмент цифры, то этот фотоэле-

мент вырабатывает сигнал в виде единицы, в противном случае – ноль. На рисунке первый фотоэлемент выдает сигнал $x_1 = 0$, второй фотоэлемент – $x_2 = 1$ и т.д.

Согласно формулам

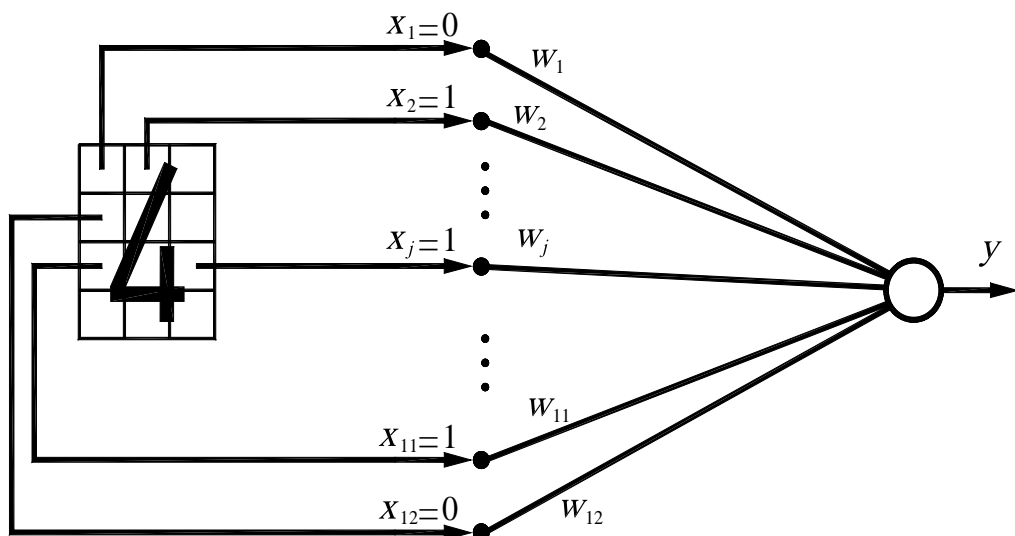
$$S = \sum_{j=1}^J w_j x_j. \quad (1)$$

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } S \geq \theta \\ 0, & \text{если } S < \theta \end{cases}, \quad (2)$$

математический нейрон выполняет суммирование входных сигналов x_j , помноженных на синаптические веса w_j , после чего результат суммирования S сравнивается с порогом чувствительности θ и вырабатывается выходной сигнал y .

Первоначальные значения синаптических весов w_j и порога чувствительности θ Ф.Розенблатт задавал датчиком случайных чисел, поэтому на выходе персептрона случайным образом вырабатывался сигнал: либо 0, либо 1.

Задача состояла в следующем. Требовалось подобрать значения синаптических весов w_j такими, чтобы выходной сигнал y принимал значение единица, если на карточке было изображено четное число, и ноль, если число было нечетным.



Персептрон, классифицирующий числа на четные и нечетные

Эта задачу Ф.Розенблатт решил путем поочередного накладывания на фотоэлементы карточек и *обучения* персептрона, заключающегося в коррек-

тировке синаптических весов w_j . Если, например, на вход персептрона предъявлялась карточка с цифрой «4» и выходной сигнал y случайно оказывался равным единице, означающей четность, то корректировать синаптические веса было не нужно, так как реакция персептрона правильна. А если выходной сигнал оказался равным нулю, что неправильно, то следовало увеличить (поощрить) веса тех активных входов, которые способствовали возбуждению нейрона. В данном случае увеличению подлежали w_2, w_{11} и др.

Следуя этой идее, можно сформулировать *итерационный алгоритм* корректировки синаптических весов, обеспечивающий обучение персептрона в нужном направлении.

Шаг 1. Датчиком случайных чисел всем синаптическим весам w_j ($j = 1, \dots, 12$) и порогу чувствительности нейрона θ присвоить некоторые малые случайные значения.

Шаг 2. Предъявить персептрону какую-либо цифру. Системой фотоэлементов вырабатывается входной вектор x_j ($j = 1, \dots, 12$).

Шаг 3. Нейрон выполняет взвешенное суммирование входных сигналов

$$S = \sum_{j=1}^{12} w_j x_j$$

и вырабатывает выходной сигнал $y = 1$, если $S \geq \theta$, или $y = 0$, если $S < \theta$.

Шаг 4,а. Если выходной сигнал правильный, то перейти на шаг 2.

Шаг 4,б. Если выходной сигнал неправильный и равен нулю, то увеличить веса активных входов, добавить каждому j -му синаптическому весу величину j -го входного сигнала:

$$w_j(t+1) = w_j(t) + x_j.$$

Тогда, если вход был неактивен, т.е. $x_j = 0$, то j -й синаптический вес не изменится. Если же вход был активен, т.е. $x_j = 1$, то j -й синаптический вес будет увеличен на 1.

Здесь и далее буква t означает номер итерации, которые в искусственном интеллекте называют *эпохами*; $w_j(t+1)$ – новое значение (на новой эпохе) j -го синаптического веса; $w_j(t)$ – его старое значение (на предыдущей эпохе).

Шаг 4,в. Если выходной сигнал неправильный и равен единице, то уменьшить веса активных входов, например с помощью аналогичной формулы:

$$w_j(t+1) = w_j(t) - x_j.$$

Шаг 5. Перейти на шаг 2 или завершить процесс обучения.

В приведенном здесь алгоритме шаг 4,б называют *первым правилом Хебба*, а шаг 4,в – *вторым правилом Хебба* в честь канадского ученого физиолога *Д.О.Хебба*, предложившего этот алгоритм в 1949г. Отметим, что правила Хебба удивительным образом напоминают процесс обучения ребенка или школьника методом «поощрения – наказания» (или дрессировки животного методом «кнута и пряника»). Как и в случаях с ребенком, обучаемым этим методом, алгоритм обучения персептрона за конечное число попыток (их называют *итерациями* или *эпохами*) может привести к цели – персептрон в конце концов усвоит необходимые знания, закодирует их в виде конкретных значений матрицы сил синаптических связей w_j и, таким образом, научится различать четные и нечетные числа.

Естественно возникает вопрос, всегда ли алгоритм обучения персептрона приводит к желаемому результату. Ответ на этот вопрос дает *теорема сходимости персептрона*:

Если существует множество значений весов, которые обеспечивают конкретное различение образов, то в конечном итоге алгоритм обучения персептрона приводит либо к этому множеству, либо к эквивалентному ему множеству, такому, что данное различение образов будет достигнуто.

В настоящее время считается, что по числу выполненных доказательств теорема сходимости персептрона занимает первое место в мире. Ранее самой доказанной в мире теоремой считалась теорема Пифагора.